

## 数 学 科 学 習 指 導 案

日 時	平成30年2月2日(金) 2限	場 所	2年2組教室
対 象	数学科 2年2組理系 25名 (男子15名, 女子10名)	教科書	新編 数学Ⅱ (数研出版)
科 目	数学Ⅱ	指導者	塩月 孝弘

### 1. 単元名

第6章「微分法と積分法」 第2節導関数の応用 ～関数のグラフと方程式・不等式～

### 2. 指導の立場

#### (1) 教材観

中学校以来、方程式の解の個数を求める時には、基本的には具体的な方程式の解を求め、解の個数を求めてきた。3次方程式の実数解の個数は因数定理を用いて式で処理しようとする。2次方程式の解の個数を判別式で処理しなれている生徒にとっては、文字が含まれて、因数分解ができない今回の問題を、グラフを用いて考えることができるかが、大きなポイントとなる。

関数のグラフの共有点と方程式の実数解との関係については2次方程式の単元で行っているが、ここでは3次関数のグラフの共有点と3次方程式の実数解の個数の関係について深めていきたい。

#### (2) 生徒観

理系アドバンストクラスの生徒である。中学生の時、数学嫌いの生徒が多かった。しかし、授業の中で自分自身や友人と思考して問題解決する経験を通して、他者と意見交換するときは自分自身の考えを伝えるだけでなく、他者の考えを理解しようとする姿が見られるようになった。授業の最後にリフレクションをすることによって、自分自身で練習問題を解いてくるようになり、理解が深まっている生徒も増えてきている。

今回の問題においても、因数分解を考える生徒もいたり、多くの生徒がグラフを書こうとするが文字が含まれているために微分はできるが、グラフが書けずに途中で躓く生徒もいたりすることが予想される。

#### (3) 指導観

「ポイント」となるところや「解答の切り口」をどう考えるかを重要視している。最初に個人で思考させるように心掛けている。想定される解答や生徒の躓きを基に発問をするように心掛けている。また、自分自身で解決できない場合は、ペアで考えさせたり、クラス全体でシェアしたりする活動を効果的に取り入れている。解けた生徒は他者に論理的に説明することによって自らの理解を深化させるようにしている。また、一斉授業においてもできる限り一人ひとりが思考するように、挙手のさせ方を工夫するなどしている。最後にその授業の内容をペアで振り返るリフレクションを取り入れることによって定着を図ることを常に意識している。この取組によって、自分自身で課題に取り組む生徒が増えていることが、アンケートの結果からも明らかになっている。

### 3. 単元目標

- ・ 関数値の増減を調べることを、いろいろ応用できる。

### 4. 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
微分の考えにおける考え方に関心を持つとともに、数学の良さを認識し、それらを事象の考察に活用して数学的な考え方に基づいて判断しようとする。	微分の考え方において、事象を数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、数学的な見方や考え方を身につける。	微分の考え方において、事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身につける。	微分の考えにおける基本的な概念、原理・法則などを体系的に理解し、基礎的な知識を身につける。

### 5. 指導と評価の計画

時間	学習内容 ●活動	評 価				評価規準	評価方法
		関	考	技	知		
3	方程式への応用		○			・方程式の実数解の個数を、関数のグラフとx軸の共有点との個数に読み替えて考察できる。〔考〕	個人取組 挙手の様子
		○				・方程式を関数的視点で捉え、微分法を利用して解決しようとする。〔関〕	協議の様子
				○		・導関数を利用して、方程式の実数解の個数問題を解くことができる。〔技〕 ・様々な解法を考え、批判的に捉えることができる。〔考〕	リフレクション
2	不等式への応用		○			・不等式を関数のグラフとx軸との上下関係に読み替えて考察できる。〔考〕	個人取組
		○				・不等式を関数的視点で捉え、微分法を利用して解決しようとする。〔関〕	挙手の様子
					○	・導関数を利用して、不等式の証明問題を解くことができる。〔知〕	協議の様子 リフレクション

## 6. 本時案

(1) 教材：3次方程式の実数解の個数の応用

(2) 本時の目標

- ・ 3次方程式の実数解の個数を、様々な解法を考え、他者と協議することによって、批判的に考えることができる。

(3) 学習過程

段階	ねらい	学習活動 (○指示・説明、●発問・活動)	指導上の留意点及び評価
導入	前時までの復習  【7分】	前時の宿題 (1) $x^3=8$ (2) $x^3-7x^2+16x-12=0$ (3) $x^3-3x-1=0$ ○宿題の解答をペアで行うように指示をする。 ●ペアに考え方も含めて説明をして解答する。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ (1)(2)は公式や因数定理, (3)はグラフで処理して解くことが予想される。ペア活動の様子を観る。</li> <li>・ 最初に(1)~(3)の解の個数が何個かを挙手をさせて全体で確認をする。躓きがある生徒についてはペア活動の時に様子を観察しに行き、場合によっては助言をする。</li> </ul>
展開	文字係数の3次方程式の実数解の個数について微分法を用いて考える。  ・ 自分で解く 【7分】	<p>例題</p> <p>方程式 <math>x^3-3x-a-1=0</math> が異なる3つの実数解を持つような定数 <math>a</math> の値の範囲を定めよ。</p> <p>●自分自身で解く。</p> <p>① グラフを用いて考えて、左辺を <math>f(x)</math> と置いて、微分をして(極大値)<math>&gt;0</math>, (極小値)<math>&lt;0</math> を利用して答えを導く。</p> <p>② グラフを利用するために、定数を分離して解を導く。(少数)</p> <p>③ 左辺を <math>f(x)</math> と置いて、微分ができ、増減表が書けるが、3つ実数解を持つための条件が思いつかない。</p> <p>④ 左辺を <math>f(x)</math> と置いて、微分ができるが、文字を含んでいるために、増減表が書けない。</p> <p>⑤左辺を <math>f(x)</math> と置いて、微分ができるが、グラフに結び付けられない。</p> <p>⑥ 因数分解をしようと試みる。</p> <p>⑦ 文字があることで手が動かない。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 問題を板書して個人で主体的に解いている様子を机間指導する。</li> <li>・ ①や②の解法を考えた生徒には別解がないか考えさせる。</li> <li>・ ③の生徒にはなぜ増減表を書いたのかを考えさせる。</li> <li>・ 本時では④⑤の生徒が多いことが予想される。文字でなく数字の場合はどのようにして実数解の個数を判別したのかを考えさせ、既知の内容と結び付けさせる。</li> <li>・ ⑥, ⑦の生徒については、前時までどのようにして解の個数を判別したかを振り返らせる。</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>・他者と協議 【7分】</li>   <li>・発表 【15分】</li>   <li>・リフレクション 【4分】</li>   <li>・思考を深める。 【5分】</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>●起立をさせて、周囲の人と協議をして、自分自身の理解が深まれば着席をして、今度は他者に説明する。 ○板書する生徒を指名する。</li>   <li>●指名された生徒は自分の考えを発表する。</li>   <li>●ペアでこの問題の考え方や分かったことの振り返りをそれぞれおこなう。</li>   <li>○2次方程式の解に判別式があったように、3次方程式には解を判別する方法はないかを考えさせる。 ●個人で考え、周囲の人と協議する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・起立をさせて他者と協議させる場面ではできたか、できなかったかの評価ではなく、できた生徒は他者に論理的に説明をして、できていない生徒は他者に積極的に質問をして理解しようとしているかを判断する。</li>   <li>・2通りの解法①②が予想される。最後まで完結しなくてもクラス全員で解答を作り上げるようにする。 ※①しか解答が出ない場合は、②については本日の課題とする。</li> <li>・様々な解法を考え、他者と協議することによって批判的に考えることができる。 (数学的な見方や考え方)</li> <li>・元のグラフを用いて考える場合はよいが、文字を置換して描かれたグラフの解の個数は、必ずしも交点の個数と一致しないことを確認する。 (注意) 三角関数分野で、 方程式 <math>2\cos^2x - \sin x + a = 0</math> (<math>0 \leq x &lt; 2\pi</math>)において、異なる3つの実数解をもつような <math>a</math> の値を求めよ。 という問題において、<math>t = \sin x</math> と置き、定数分離してグラフを考えると <math>t</math> の交点の個数と <math>x</math> の方程式の解の個数が異なることに注意</li> <li>・リフレクションについては理解した内容を、他者に伝えることで自身の理解を深める。</li> <li>・ペアやグループ学習をした後は必ず個へ返すようにする。</li> <li>・本日の問題を更に深めるために発問をするが、本日中の解決は望んでいない。授業後や放課後、他者と協議をして自分なりの考えを次時まで持って授業に臨むようにする。</li> </ul>
<p>まとめ</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・次回の予告 【5分】</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○本日の課題を明日までに考えてくることを伝える。 【次時取り扱う問題】※ 生徒には示さない方程式 <math>x^3 - 3ax + a = 0</math> が異なる3個の実数解をもつとき、定数 <math>a</math> の値の範囲を求めよ。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・次時は本日の解法を批判的に捉える問題を取り扱う。</li> </ul>