中学校「数学」授業展開例

令和6年8月

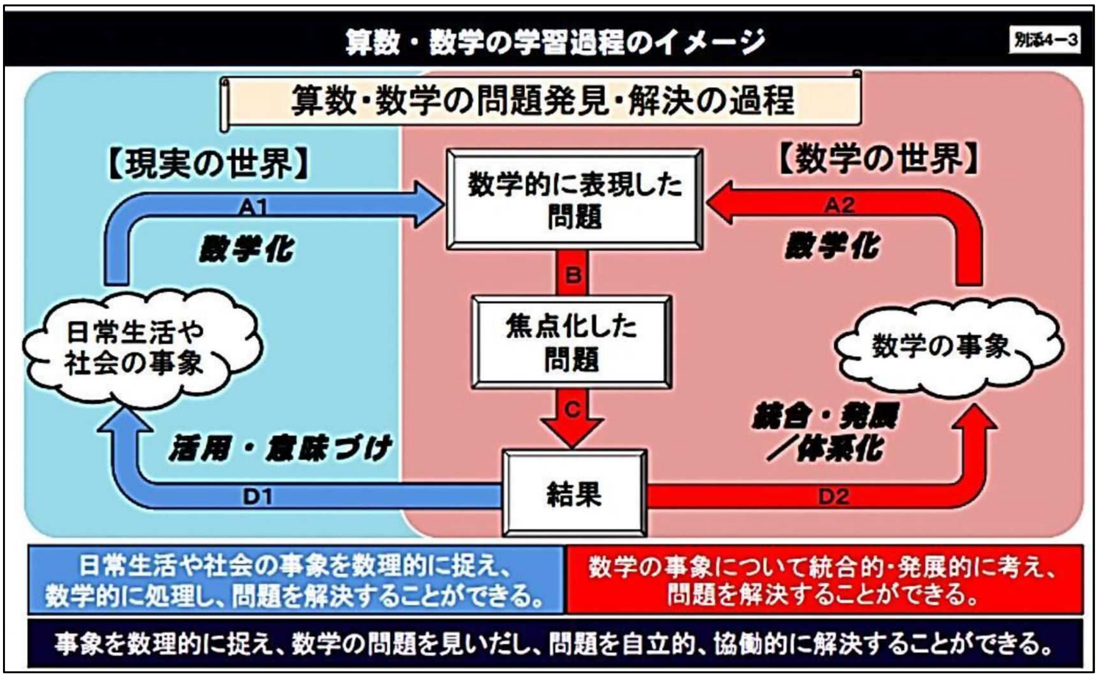
大分教育事務所

内容

中学校数学科授業略案例のポイントについて

大分教育事務所

数学的活動について、新学習指導要領解説では「数学的活動とは、事象を数理的に捉え、数学の問題を見いだし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること」と記されており、次のようなイメージ図が示されている。



「新大分スタンダード」では、『焦点化した問題＝課題』『結果＝まとめ』 として捉えることができる。

今回の学習指導要領で特に重視されているのは次の２点である。

❶「日常生活や社会の事象」または「数学の事象」を数理的に捉え、『数学的に表現した問題』を見いだす過程（問題発見の過程）を充実させること

❷問題解決後に、「問題解決結果から数学の学習内容を統合・発展させること」や、「問題解決結果を身の回りの事象・日常生活の課題解決へ活用させること」

そこで、掲載した授業略案を見る際に、下記の3点に注目していただきたい。

①『数学的に表現した問題』について、今までは「問題」として生徒に提示していたことを、事象から見いださせていること。

②「まとめ」後に、本時の学びを活用する適用問題を設定していること

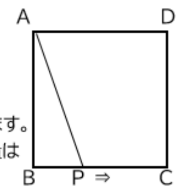
③「特別な支援等の配慮を要する」児童生徒への手立てについて、<u>生徒の困難さ（～な困りのある生徒に対して）と、手立て（方法・配慮事項）</u>を記載し、対象となる生徒を焦点化し、支援内容を具体的に示していること

「新大分スタンダード」による主体的・対話的で深い学びの実現に向けた学習指導案（略案）例

<table>
<tr><th>学年・組</th><th colspan="3">職名・授業者氏名</th><th>教科</th></tr>
<tr><td>１年　組</td><td colspan="3">教諭　大分　太郎</td><td>数学</td></tr>
<tr><td>単元名（題材名）</td><td colspan="4">比例、反比例の利用（正方形の辺上を動く点に伴って変化する数量）</td></tr>
<tr><td>本時のねらい</td><td colspan="4">正方形の辺上を動く点Ｐに伴って変化する二つの数量について、
関数関係に着目して変化や対応の様子を既習の関数の特徴と関連付けて考察する活動を通して、比例、反比例であるかどうかを説明できるようにする。</td></tr>
<tr><td>本時の評価規準</td><td colspan="4">取り出した二つの数量の関係が比例、反比例であるかどうかを、表、式、グラフを用いて説明することができる。【思考・判断・表現】</td></tr>
<tr><td rowspan="6"></td><td>めあて</td><td colspan="3">点Ｐの動きに伴って変化する二つの数量を見出し、どのような関数になるか説明しよう。</td></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td>課題</td><td colspan="2">△ABP の面積は BP の長さに比例することを、表や式、グラフを用いてどのように説明できるか。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">手立て</td><td colspan="2">「努力を要する状況」の児童生徒への手立て
・点Ｐの動きに伴って変化する数量を見出す場面で、シュミレーションソフト等を活用して変化の様子を視覚で捉えられるようにする。
・△ABP の面積と BP の関係を式に表すことができない生徒を、教室に掲示した「関数、比例、反比例の意味」「比例の式をつくる手順」の前に集めて、本時の学習問題と関連付けて考察させることで、問題解決を進めさせる。</td></tr>
<tr><td colspan="2">「特別な支援等の配慮を要する」児童生徒への手立て
・点Ｐの動きと伴って変化する数量を同時に目で追うことが困難な生徒に対して、着目する視点（辺の長さ、面積）を明確（長くなる、短くなる、大きくなる、小さくなる）に指示するなどの配慮をする。</td></tr>
<tr><td>まとめ</td><td colspan="2">板書計画参照</td></tr>
<tr><td>振り返り</td><td colspan="3">本時の数学的活動を振り返って、「関数関係を説明するとき、表、式、グラフそれぞれの良さや欠点は何か」等を生徒に問う。</td></tr>
</table>

めあて　点Ｐの動きに伴って変化する二つの数量を見出し、どのような関数になるか説明しよう。

問題
右の四角形は1辺 10cmの正方形です。
点Pは、Bから出発して辺BC上をBからCまで進むものとします。
点Pが動くことで変化する数量は何があるでしょうか。



変化する数量
- BP の長さ　・PC の長さ
- △ABP の面積　・四角形 APCD の面積
- ∠BAP の大きさ　・∠APC の大きさ

BP の長さと関数関係にある数量は？
○△ABP の面積は BP の長さの関数である。
比例関係になりそう
○四角形 APCD の面積は BP の長さの関数である。
反比例の関係になりそう

△ABP の面積は BP の長さに比例するといえるか。

2つの数量が比例関係になるには
- 一方が2倍、3倍になれば他方も2倍、3倍になるはず
- y＝axの式で表すことができるはず…
- グラフを書いたら直線になるはず…

課題　△ABPの面積はBPの長さに比例するかどうかを、表や式、グラフを用いてどのように説明できるか。

<生徒の説明例①>BPの長さをxcm、△ABPの面積をycm^{2}としてその関係を表にすると、
x＝1のとき、y＝1×10÷2＝5
x＝2のとき、y＝2×10÷2＝10
x＝3のとき、y＝3×10÷2＝15

x(cm)	0	1	2	3	…	10
y(cm^2)	0	5	10	15	…	50

0≦x≦10のとき、xが2倍、3倍、…するとyも2倍、3倍、…になる。
よって、△ABPの面積はBPの長さに比例する。

<生徒の説明例②>
△ABPの面積はBPの長さを底辺とするとき次の関係が成り立つ。
（△ABPの面積）＝（BPの長さ）×10÷2
したがって、
BPの長さをxcm、△ABPの面積をycm^{2}とすると
y＝x×10÷2
すなわち、y＝5xの式で表すことができる。
ただし、x の変域は 0≦x≦10
よって、△ABPの面積はBPの長さに比例する。

まとめ　BPの長さをxcm、△ABPの面積をycm^{2}とすると
xの変域0≦x≦10で
表：xとyの関係を表で考察すると、xが2倍、3倍、…するとyも2倍、3倍、…になる。
式：yをxの式で表すとy＝5xで表される。
グラフ：x、yの値の組を座標とする点をグラフに表すと一つの直線上に並ぶ。
よって、△ABPの面積はBPの長さに比例する。

適用問題
四角形 APCD の面積は BP の長さに反比例するといえるか。

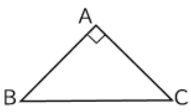
生徒の説明	生徒の説明

振り返り　関数関係を説明するとき、表、式、グラフそれぞれの良さや欠点は何か。

<table>
<tr><th>学年・組</th><th colspan="3">職名・授業者氏名</th><th>教科</th></tr>
<tr><td>３年　組</td><td colspan="3">教諭　大分　太郎</td><td>数学</td></tr>
<tr><td>単元名（題材名）</td><td colspan="4">三平方の定理（条件を満たす点の作図）</td></tr>
<tr><td>本時のねらい</td><td colspan="4">条件を満たす△ADE の作図について、
点 D、点 E の作図の過程を理由付けて説明したり、作図した点 D、点 E が条件を満たす理由を振り返って考察したりする活動を通して、
相似な図形の性質、直角二等辺三角形の性質を活用して作図できるようにする。</td></tr>
<tr><td>本時の評価規準</td><td colspan="4">条件を満たす点 D、点 E を相似な図形の性質、直角二等辺三角形の性質を活用して作図できる。
【思考・判断・表現】</td></tr>
<tr><td rowspan="6"></td><td>めあて</td><td colspan="3">相似比と面積比の関係に着目し、直角二等辺三角形の３辺の比を活用して壁の設計を作図しよう。</td></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td>課題</td><td colspan="2">AB：AD＝√２：１　AC：AE＝√２：１　の条件を満たす点 D，点 E はどのように作図すればよいか。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">手立て</td><td colspan="2">「努力を要する状況」の児童生徒への手立て
・作図の見通しがもてない生徒に対して、ヒントカード「相似比と面積比の関係」を配布し、△ADE の位置及び大きさのイメージをもたせる。
・作図例②が条件を満たすかどうか理解できない生徒に対して、掲示物「直角二等辺三角形の性質を用いて辺の長さを求める学習」と関連付けて考えさせる。</td></tr>
<tr><td colspan="2">「特別な支援等の配慮を要する」児童生徒への手立て
・直角二等辺三角形の位置関係を判断するのが困難な生徒に対して、直角二等辺三角形の辺の比や角の大きさが書かれた具体物を配布し、斜辺の位置や９０度の角の位置が判断できるようにする。</td></tr>
<tr><td>まとめ</td><td colspan="2">点 D，点 E は次の手順で作図する。
①∠A を２等分する直線を引き、BC との交点 F をとる。
②AF を半径とする円を作図し、AB、AC との交点をそれぞれ D、E とする。</td></tr>
<tr><td>振り返り</td><td colspan="3">本時の数学的活動を振り返って、「△ADE を作図する際、どのような見通しをもって作図することが必要か」等を生徒に問う。</td></tr>
</table>

めあて　相似比と面積比の関係に着目し、直角二等辺三角形の3辺の比を活用して壁の設計図を作図しよう。

問題
設計士の A さんは、右の図のような、AB＝ACの直角二等辺三角形の土地ABCに壁をつくる仕事を依頼されました。



壁の位置は次のような条件があります。
①壁の両端 D、E は AB と AC 上にある。
②△ABC と△ADE は相似である。
③△ADE の面積は△ABC の面積の1/2である。
壁はどこに作ればよいか。

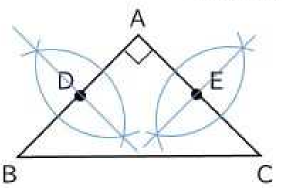
どのような壁を作るか？
・直角二等辺三角形 ADE の斜辺(底辺)DE

△ABC に相似で面積が 1／2 になる△ADE はどのように作図すればよいか。

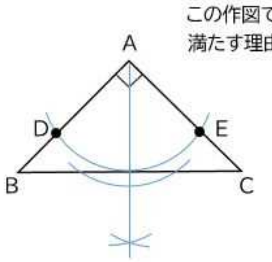
・△ABC:△ADE＝2 : 1
・面積比2 : 1の図形の相似比は？
⇒√2 : 1
・AB : AD＝√2 : 1　AC : AE＝√2 : 1

課題　AB:AD＝√2:1　AC:AE＝√2:1　の条件を満たす点 D、点 E はどのように作図すればよいか。

<生徒の作図例①>　条件を満たすか？
⇒満たさない　なぜ？



<生徒の作図例②>　条件を満たすか？
この作図で条件を満たす理由は？



まとめ　点 D、点 E は次の手順で作図する。
①∠A を2等分する直線を引き、BC との交点 F をとる。
②AF を半径とする円を作図し、AB、AC との交点をそれぞれ D、E とする。

適用問題
壁の位置を次のような条件❸に変えたとき、△ADE はどのように作図すればよいか。

③△ADE の面積は△ABC の面積の 1/2 である。
↓
❸△ADE の面積は△ABC の面積の2倍である。

生徒の説明	生徒の説明

振り返り　△ADEを作図する際、どのような見通しをもって作図することが必要か。

学年・組	職名・授業者氏名	教科
１年　組	教諭　大分　太郎	数学

単元名（題材名）		文字式の利用（ダーツの的の当たりやすさ）
本時のねらい		形の異なる２種類のダーツの的の当たりやすさについて、 的の面積に着目し、文字を用いてそれぞれの面積を比較することを通して、 ２つの的の面積は同じ文字式で表されることを根拠に当たりやすさは同じであることを説明できるようにする。
本時の評価規準		２つの的の面積が同じ文字式で表されることを根拠に、ダーツの的の当たりやすさは同じであることを説明できる。【思考・判断・表現】
展開	**めあて**	２つのダーツの的の面積を比較し、どちらが当たりやすいかを説明しよう。
	課題	文字を用いて的の面積を比べると、どちらが当たりやすいか。
	手立て	**「努力を要する状況」の児童生徒への手立て** ・「円の面積の公式」や「文字の表し方」のヒントカードを準備し、円の面積を求めたり、比較したりする場面で活用させることで生徒の思考を進める手立てとする。 **「特別な支援等の配慮を要する」児童生徒への手立て** ・問題文の漢字を読むのが困難な生徒に対して、ふりがなを標記して支援する。 ・色の識別が困難な生徒や図形の判別が困難な生徒に対して、ワークシートに用いる図形の色を単色にしたり、適度の大きさの図を用いたりするなどの配慮をする。
	まとめ	的の面積はどちらも同じ文字式で表されるので、当たりやすさも同じである。
	振り返り	本時の数学的活動を振り返って、「的の当たりやすさを、文字を使って説明したことのよさは何かな」等を生徒に問い、課題解決の過程を振り返る。

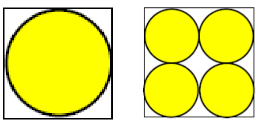
めあて　２つの的の面積を比較し、どちらが当たりやすいかを説明しよう。

問題　あなたは１週間後のダーツの大会に出場します。この大会には次のような条件があります。

条件①　大会は１対１のトーナメントで行われ、ダーツを投げるのは１回のみ。先に、どちらかが的をはずせば負け。的は、色がついている部分はどこに当たってもよい。

条件②　的は２種類あり、どちらの的も正方形の各辺に接している。正方形の大きさはどちらも同じ。的の大きさと、的までの距離は大会当日まで知らされない。

条件③　的は事前に選び申告する必要がある。



あなたはどちらの的を選びますか?

理由・～のほうが当たりやすい
・～のほうが的の面積が大きい
・～のほうがはずれの面積が小さい

AとBの的の面積はどちらが大きいか?

解決の見通し
・数を用いて２つの的の面積を比較する
・文字を用いて２つの的の面積を比較する

課題
文字を用いて的の面積を比べるとどちらが当たりやすいか。

<生徒の説明①>
Aの半径をrとするとBの半径は1/2rと表すことができる。
A　$r \times r \times \pi = \pi r^2$
B　$1/2r \times 1/2r \times \pi \times 4 = \pi r^2$
的の面積はどちらも πr^2 なので、当たりやすさは同じ

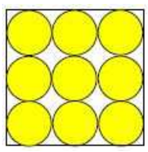
<生徒の説明②>
Bの半径をrとするとAの半径は2rと表すことができる。
A　$2r \times 2r \times \pi = 4\pi r^2$
B　$r \times r \times \pi \times 4 = 4\pi r^2$
的の面積はどちらも $4\pi r^2$ なので、当たりやすさは同じ

<生徒の説明③>
正方形の１辺をrとすると、Aの半径は1/2r、Bの半径は1/4rと表すことができる。
A　$1/2r \times 1/2r \times \pi = 1/4\pi r^2$
B　$1/4r \times 1/4r \times \pi \times 4 = 1/4\pi r^2$
的の面積はどちらも $1/4\pi r^2$ なので、当たりやすさは同じ

まとめ
的の面積はどちらも同じ文字式で表されるので、当たりやすさは同じである。

適用問題

右のような的も
面積は同じになるか



生徒の説明

生徒の説明

ふり返り
的の面積を、文字を用いて説明したことのよさは何かな?